

物理 I: 波动光学

EQmarks 双草酸酯 (辅助电子化)

目录

1	简谐振动与电磁波基础	3
1.1	简谐振动	3
1.2	电磁波	3
2	简谐振动的合成	3
2.1	同方向同频率的简谐振动合成	3
3	波的干涉	5
3.1	光源发光机制与相干条件	5
3.2	干涉规律与强度分布	5
3.3	获得相干光的方法	6
4	杨氏双缝干涉	7
4.1	条纹可见度	7
5	其他分波面干涉装置与半波损失	8
5.1	洛埃镜与半波损失	8
5.2	菲涅耳双面镜	8
5.3	菲涅耳双棱镜	9
5.4	非轴上光源引起的条纹平移	9
6	光程与介质的影响	10
6.1	光程的定义	10
6.2	插入介质板的干涉偏移	10
7	薄膜干涉	11
7.1	等倾干涉	11
8	等厚干涉	12
8.1	劈尖干涉	12
8.2	牛顿环	13

目 录	2
9 迈克耳孙干涉仪	14
10 光的衍射	14
10.1 夫琅禾费单缝衍射	15
10.2 圆孔衍射与仪器分辨本领	16
11 光栅衍射	16
11.1 光栅方程	16
11.2 缺级现象	17
11.3 斜入射光栅方程	17
11.4 光栅色分辨本领	17
12 光的偏振	18
12.1 自然光与偏振光	18
12.2 马吕斯定律	18

1 简谐振动与电磁波基础

1.1 简谐振动

波干涉的本质是频率相同的相干波的叠加。简谐振动方程可表示为：

$$\psi(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

其中： T 为周期； ω 为角频率； ν 为频率，并有

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}. \quad (2)$$

1.2 电磁波

光是一种电磁波，具有以下基本性质：

1. **横波性**：电场矢量 $\vec{E}$ 、磁场矢量 $\vec{H}$ 与波的传播速度 $\vec{u}$ 相互垂直，符合右手螺旋定则。
2. **偏振性**： $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 分别在各自的平面上振动。
3. **同相变化**：电磁场同相变化，满足关系 $\sqrt{\varepsilon}\vec{E} = \sqrt{\mu}\vec{H}$ 。振幅关系为 $\sqrt{\varepsilon}E_0 = \sqrt{\mu}H_0$ 。

真空中的光速：真空介电常数 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m，真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m。

$$c = u_{\text{真空}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (3)$$

在介质中的光速：

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n} < c \quad (4)$$

参与物质相互作用的主要是电矢量 $\vec{E}$ （光矢量），因此通常说 **光振动** = $\vec{E}$ 振动。

光强 (I)：光强即平均能流密度。 $I = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{E}|^2 dt$ 。在同一个介质中，通常认为 $I \propto E_0^2 = A^2$ 。

2 简谐振动的合成

2.1 同方向同频率的简谐振动合成

设两个分振动为： $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ， $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ 。

根据场强叠加原理，合振动为 $x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$ 。合振幅与初相位满足：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (5)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (6)$$

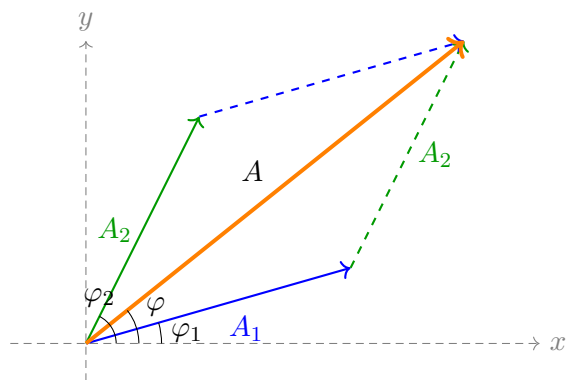


图 1: 同向同频简谐振动的旋转矢量合成法 (相量图)

可见光波长范围: $400 \sim 760 \text{ nm}$ 。

3 波的干涉

3.1 光源发光机制与相干条件

光源基本发光单位是原子/电子的能级跃迁辐射。

- **普通光源 (自发辐射):** 不同原子或同一原子先后发光都是独立的, 因此通常不干涉。
- **激光光源 (受激辐射):** $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$, 其方向、频率完全一样。

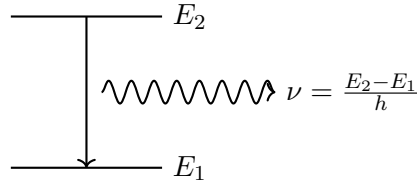


图 2: 能级跃迁辐射

相干条件 获得稳定干涉的条件为: **1. 频率相同; 2. 振动方向不互相垂直; 3. 相位差恒定。**

3.2 干涉规律与强度分布

设两个相干点源在 P 点引起的振动分别为: $S_1 \rightarrow P: A_1 \cos(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda_1} + \varphi_1)$ 和 $S_2 \rightarrow P: A_2 \cos(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda_2} + \varphi_2)$ 。在 P 点的合成振动强度为:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad (7)$$

这里取第一束光相位减第二束光相位, 则

$$\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) - 2\pi \left(\frac{r_1}{\lambda_1} - \frac{r_2}{\lambda_2} \right). \quad (8)$$

强度分布规律:

- **干涉相长 (明纹):** $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$, 此时 $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ 。
- **干涉相消 (暗纹):** $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$, 此时 $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ 。

特别地, 当 $I_1 = I_2$ 时, $I_{\max} = 4I_1$, $I_{\min} = 0$ 。

相位差与波程差 (δ) 的关系: 若初相位相同 ($\varphi_1 = \varphi_2$), 且同在真空中, 则: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ 。

- **相长 (明):** $\delta = r_2 - r_1 = k\lambda$
- **相消 (暗):** $\delta = r_2 - r_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$

干涉图样表现为一系列以 S_1, S_2 为焦点的双曲线。

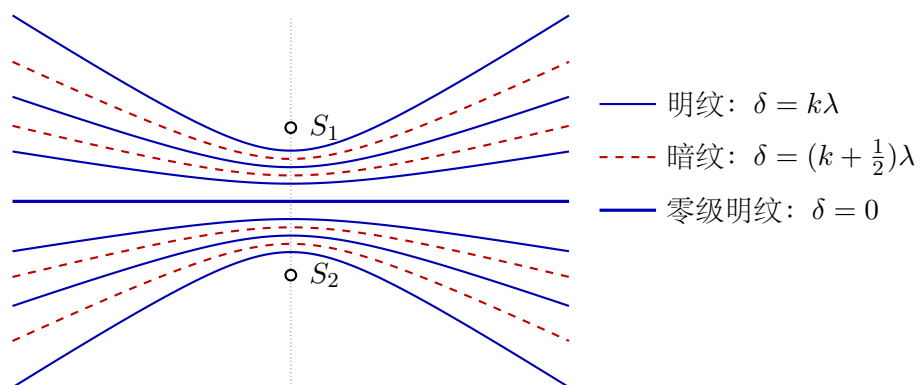
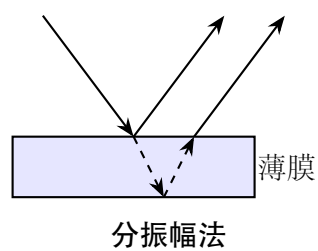
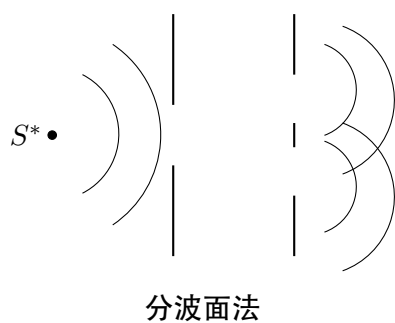


图 3: 以两个相干点源为焦点的双曲线条纹族

3.3 获得相干光的方法



4 杨氏双缝干涉

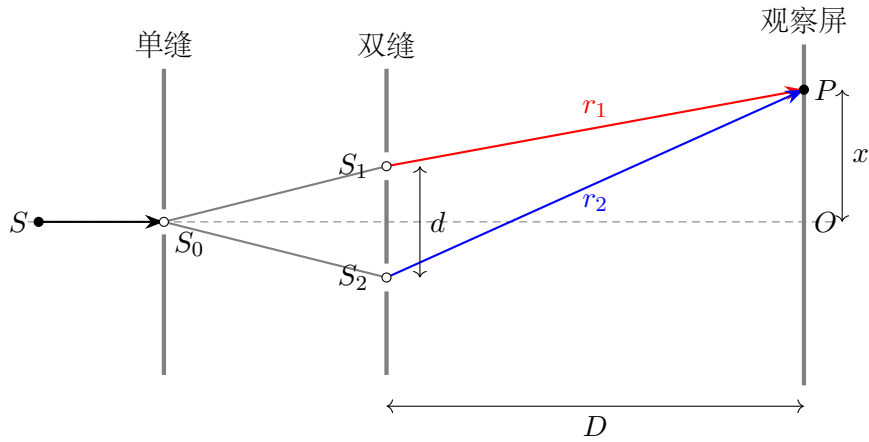


图 4: 杨氏双缝干涉装置与几何关系

根据几何关系，两波在 P 点的波程差为：

$$\delta = r_2 - r_1 = \sqrt{D^2 + (x + d/2)^2} - \sqrt{D^2 + (x - d/2)^2}. \quad (9)$$

在实验条件下 ($x, d \ll D$)，利用近似 $\sqrt{1+u} \approx 1 + \frac{u}{2}$ ，可得近似波程差：

$$\delta \approx \frac{xd}{D} \quad (10)$$

对应的相位差为 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi xd}{\lambda D}$ 。

条纹位置与间距：

- 明纹： $\Delta\varphi = 2k\pi \Rightarrow x_k = k\frac{D\lambda}{d}$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)
- 暗纹： $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow x_k = (k + \frac{1}{2})\frac{D\lambda}{d}$

相邻明纹（或暗纹）的中心间距为：

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D\lambda}{d} \quad (11)$$

4.1 条纹可见度

可见度定义为： $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ ，其中 $0 \leq V \leq 1$ 。对于杨氏双缝： $V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{I_1/I_2}}{I_1/I_2 + 1}$

- 当 $I_1 = I_2$ 时， $V = 1$ （可见度最高）。
- 当 $I_1 \gg I_2$ 或 $I_2 \gg I_1$ 时， $V \rightarrow 0$ 。

5 其他分波面干涉装置与半波损失

5.1 洛埃镜与半波损失

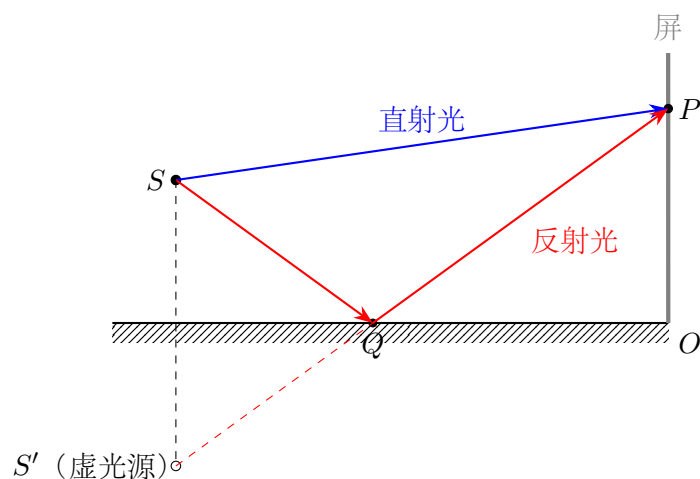


图 5: 洛埃镜实验原理

在反射点 Q 处，入射光线与反射光线分别位于法线两侧，且入射角与反射角满足 $i = r$ 。洛埃镜实验中，观察到中心（ O 点，即屏幕与镜面的交线处）出现暗纹。这说明反射光线产生了一个额外的 π 相位差，即 **半波损失**。

半波损失 光波从折射率小的光疏介质射向折射率大的光密介质界面（即 $n_1 < n_2$ ）并发生反射时，反射光会产生数值为 π 的相位突变。这相当于反射光波多走了（或少走了）半个波长 $\lambda/2$ 。

5.2 菲涅耳双面镜

两块夹角很小的平面镜把同一光源 S 成像为两个虚光源 S_1 和 S_2 ，两虚光源的出射光在屏幕前的重叠区域发生干涉。调节两镜夹角 ϕ 可以改变 S_1 、 S_2 的间距，从而改变条纹疏密； ϕ 过大时条纹过密，难以观察。

5.3 菲涅耳双棱镜

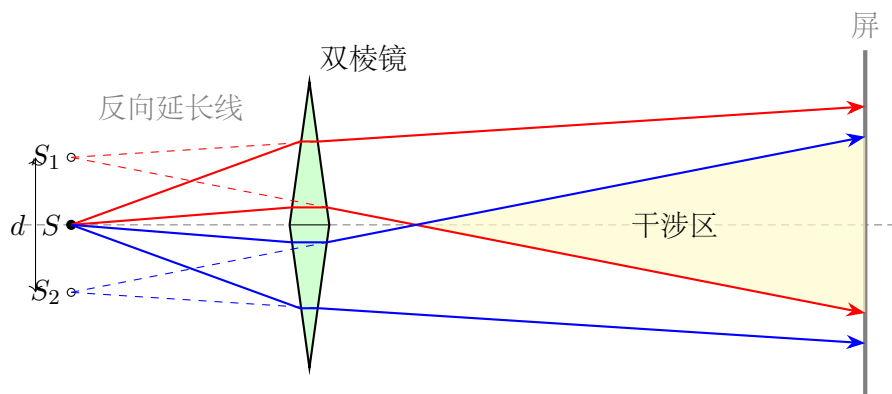


图 6: 菲涅耳双棱镜实验

点光源 S 发出的光经双棱镜后，上半棱镜使光线向下偏折，下半棱镜使光线向上偏折。两束折射光的反向延长线分别交于虚光源 S_1 、 S_2 ；两束光的重叠区域形成干涉条纹。

5.4 非轴上光源引起的条纹平移

设光源相对对称轴横向偏移 ξ ，光源到双缝的距离为 R ，双缝到屏幕的距离为 D 。在近轴条件下，屏上坐标为 x 的点对应的波程差近似为

$$\delta \approx \frac{d\xi}{R} + \frac{dx}{D}. \quad (12)$$

零级明纹满足 $\delta = 0$ ，故其位置为

$$x_0 = -\frac{D}{R}\xi. \quad (13)$$

光源横向移动只使整组条纹平移，相邻条纹间距 $\Delta x = D\lambda/d$ 不变。

6 光程与介质的影响

6.1 光程的定义

光在折射率为 n 的介质中，传播速度为 $u = c/n$ ，波长变为 $\lambda' = \lambda/n$ 。若光在介质中通过的几何路程为 r ，其引起的相位变化为： $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda'}r = \frac{2\pi}{\lambda}(nr)$

我们将 **折射率 n 与几何路程 r 的乘积**定义为 **光程**：

$$\text{光程} = n \times r \quad (14)$$

光程的物理意义是将光在介质中走过的路程折算成在真空中走过的具有相同相位变化的路程。利用光程，我们可以统一用真空波长 λ 来计算干涉波程差 $\delta = n_2r_2 - n_1r_1$ 。

6.2 插入介质板的干涉偏移

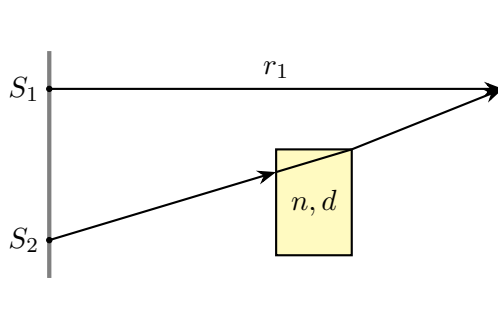


图 7: 光路中插入介质薄片

当在 S_2 到 P 的光路中插入厚度为 d 、折射率为 n 的透明介质（如云母片）时：无介质时，零级亮纹在屏幕中心 O ；有介质时，到达 P 点的光程差变为：

$$\delta = (r_2 - d + nd) - r_1 = (r_2 - r_1) + (n - 1)d \quad (15)$$

这会导致整个干涉条纹发生平移。若已知某级明纹移动到中心，可通过 $\delta = (n - 1)d = k\lambda$ 来测量薄片厚度 d 。

例题 折射率为 $n = 1.58$ 的云母片覆盖一条缝后，第七级明纹移到原零级明纹处。若 $\lambda = 550\text{ nm}$ ，则

$$d = \frac{7\lambda}{n - 1} = 6.6 \times 10^{-3} \text{ mm}. \quad (16)$$

7 薄膜干涉

薄膜干涉分为等倾干涉（薄膜厚度均匀）和等厚干涉（薄膜厚度不均匀）。

7.1 等倾干涉

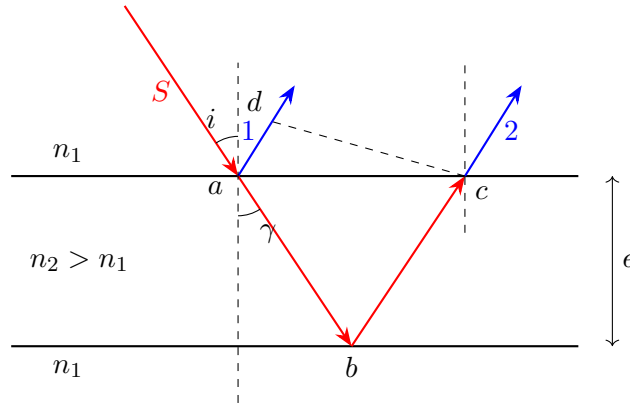


图 8: 等倾干涉几何光路图 (反射光)

对于厚度为 e 、折射率为 n_2 的薄膜（置于折射率 n_1 的介质中），入射角为 i ，折射角为 γ 。两条反射光线的光程差为： $\delta = n_2(ab + bc) - n_1(ad)$ 。根据几何关系： $ab = bc = \frac{e}{\cos \gamma}$ ， $ad = ac \sin i = 2e \tan \gamma \sin i$ 。利用折射定律 $n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$ ，整理得：

$$\delta = 2n_2e \cos \gamma = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \quad (17)$$

考虑存在半波损失（当 $n_1 < n_2$ 时表面 a 有 π 突变，底部 b 没有），修正后的总光程差为：

$$\delta = 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \quad (18)$$

干涉条件：

- 明纹： $\delta = k\lambda$ ($k = 1, 2, \dots$)
- 暗纹： $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

条纹特点： 倾角 i （或 γ ）相同的光线对应同一条干涉条纹。条纹是一系列同心圆环。

- 内高外低：中心级次最高，边缘级次降低。
- 内疏外密：中心条纹间距大，边缘条纹间距小。

相邻条纹的角间距满足 $\Delta\gamma \propto \lambda / \sin \gamma$ ，所以中心附近 γ 小、条纹较疏，外侧条纹较密。透射光没有反射光中的相对半波损失，其干涉图样与反射光互补。

例题 用波长 550 nm 的光照射折射率为 1.33 的肥皂膜，沿与膜面成 60° 的方向观察，即入射角 $i = 30^\circ$ 。反射光最亮所需的最小膜厚取 $k = 1$ ：

$$e_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m}. \quad (19)$$

若改为垂直观察，在可见光范围内使该膜最亮的波长为

$$\lambda = \frac{2n_2 e}{k - \frac{1}{2}}; \quad \lambda_1 = 649.0 \text{ nm} \quad (k = 1). \quad (20)$$

$k = 2$ 时 $\lambda_2 = 216.3 \text{ nm}$ ，不在可见光范围内。

8 等厚干涉

对于折射率为 n_2 、局部厚度为 d 的薄膜，反射光的光程差为

$$\delta = 2n_2 d \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}. \quad (21)$$

垂直入射时 $\gamma = 0$ ，故 $\delta = 2n_2 d + \lambda/2$ 。下文空气劈尖取 $n_2 = 1$ 。

8.1 劈尖干涉

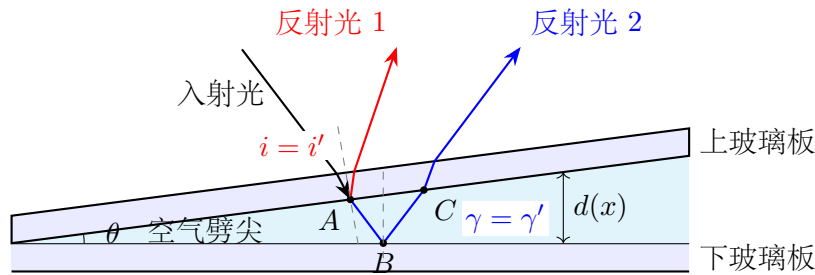


图 9: 空气劈尖的两束反射光

图中采用斜入射以分开显示两束反射光。光线在 A 处发生反射和折射；进入空气膜的光线在 B 处反射，并从 C 处透射形成反射光 2。 A 、 B 两处的入射光线和反射光线分别关于当地法线对称，满足 $i = i'$ 、 $\gamma = \gamma'$ 。

计算条纹时取近似垂直入射，即 $i \approx 0$ 、 $\gamma \approx 0$ 。两束反射光的光程差由膜厚 d 决定：

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (22)$$

(由于是从下表面光密介质反射，产生半波损失)。

- **明纹**： $\delta = k\lambda \Rightarrow d_k = (k - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$
- **暗纹**： $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow d_k = k\frac{\lambda}{2}$ (棱边 $d = 0$ 处为暗纹)

相邻明纹(或暗纹)所对应的膜厚差恒定为 $\frac{\lambda}{2}$ 。条纹间距 a 满足 $a \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$ ，因 θ 很小，有 $a = \frac{\lambda}{2\theta}$ 。

8.2 牛顿环

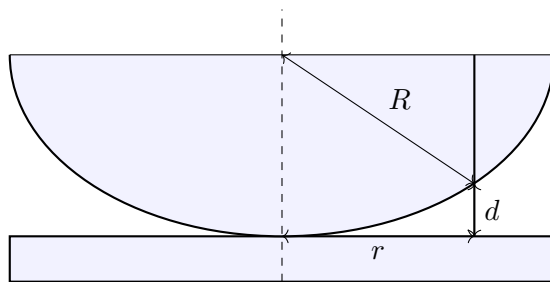


图 10: 牛顿环装置截面图

平凸透镜(曲率半径 R)放在平玻璃板上,中间形成空气薄膜。由几何关系 $R^2 = r^2 + (R-d)^2$, 由于 $d \ll R$, 忽略 d^2 得:

$$d \approx \frac{r^2}{2R} \quad (23)$$

光程差 $\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$ 。

- 明环半径: $r = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$
- 暗环半径: $r = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$

中心 ($k = 0$) $r = 0$ 为暗斑。条纹也是内疏外密。相邻暗环的间距近似为

$$\Delta r_k = r_{k+1} - r_k = \frac{\lambda R}{r_{k+1} + r_k} \approx \frac{\lambda R}{2r_k} \propto \frac{1}{r_k}, \quad (24)$$

因此牛顿环由内向外逐渐变密。

9 迈克耳孙干涉仪

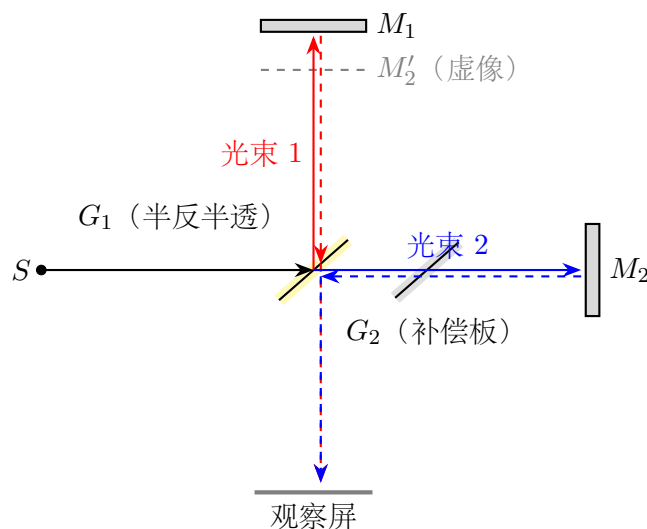


图 11: 迈克耳孙干涉仪原理

干涉条纹由 M_1 和 M_2 的虚像 M_2' 之间构成的空气薄膜产生：

- 若 $M_1 \parallel M_2'$ ，等效于平行的空气薄膜，产生**等倾条纹**（同心圆环）。调节镜子使厚度变化，圆环会涌出或陷入。
- 若 M_1 与 M_2' 有小夹角，等效于空气劈尖，当光平行入射时产生**等厚条纹**（平行直条纹）。

10 光的衍射

惠更斯-菲涅耳原理可表述为：

1. 波阵面上的每一点都可看作向外发射子波的次级波源。
2. 后续空间任一点的振动，是同一波阵面上各次级子波在该点相干叠加的结果。
3. 子波振幅与传播方向有关；传播方向与波阵面法线的夹角越小，贡献越大。

10.1 夫琅禾费单缝衍射

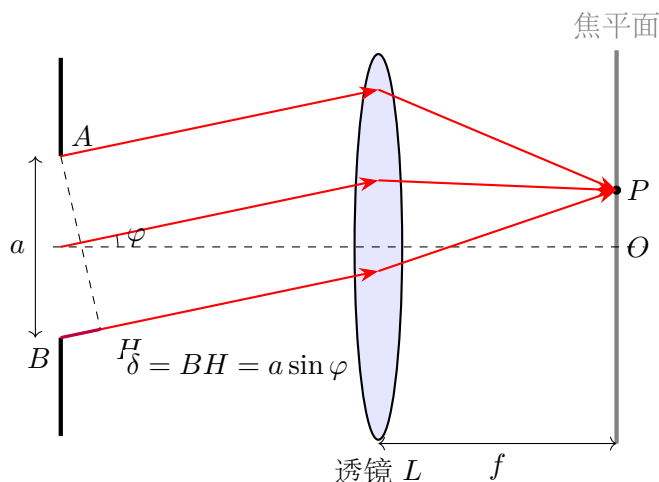


图 12: 单缝夫琅禾费衍射光路图

用半波带法分析：边缘两光线的波程差为 $\delta = a \sin \varphi$ 。将单缝波面分为 $N = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}$ 个半波带。

- 中央明纹： $\varphi = 0, \delta = 0$ 。
- 暗纹条件： $a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$
- 次级明纹的半波带近似： $a \sin \varphi \approx \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$

中央明纹的宽度：第一级暗纹位置 $\sin \varphi_1 = \lambda/a$ 。由于角度很小， $\varphi_1 \approx \lambda/a$ 。角宽度： $\Delta \varphi_0 = 2\varphi_1 = \frac{2\lambda}{a}$ 。线宽度： $\Delta x_0 = 2f \tan \varphi_1 \approx \frac{2f\lambda}{a}$ 。次级明纹的角宽度约为 λ/a 。缝宽 a 越小，衍射范围越宽；当 $a \gg \lambda$ 时，衍射效应很弱，可用几何光学近似。

10.2 圆孔衍射与仪器分辨本领

圆孔衍射 平行光通过圆孔会形成明暗相间的同心圆环，中心最亮的圆斑称为 **艾里斑**，集中了约 84% 的能量。艾里斑的半角宽度（即第一暗环的衍射角）为：

$$\varphi_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (25)$$

其中 D 为圆孔直径。若观察屏位于焦距为 f 的透镜焦平面上，则艾里斑半径为

$$r_0 = f\varphi_0 \approx 1.22 \frac{f\lambda}{D}. \quad (26)$$

瑞利判据 对于两个等光强的非相干物点，如果一个像斑中心恰好落在另一像斑的中央亮斑边缘（第一级暗纹处）上时，就认为这两个像刚好能够被分辨。

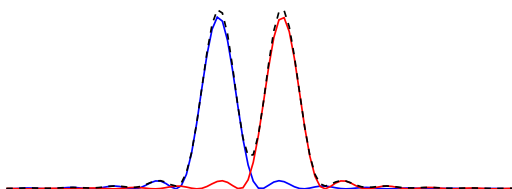


图 13: 刚好可分辨 (瑞利判据)

仪器的 **最小分辨角** $\delta\varphi = \varphi_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$ 。仪器的 **分辨本领** $R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1.22\lambda}$ 。

- 望远镜：通过增大物镜直径 D 来提升分辨本领。
- 显微镜：通过减小照明波长 λ 来提升分辨本领（如电子显微镜）。

11 光栅衍射

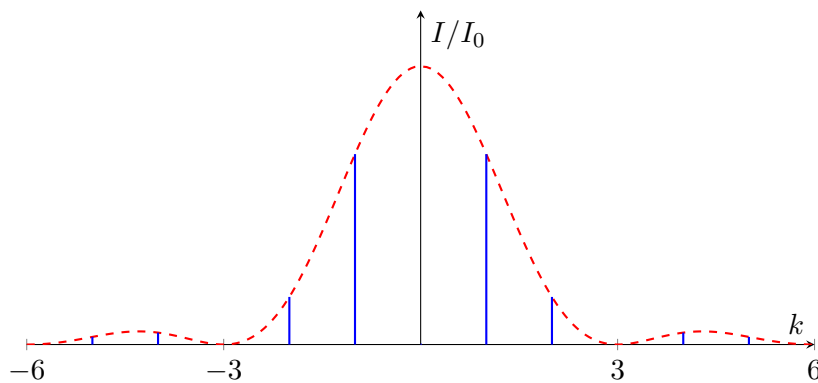
光栅是大量等宽等间距的平行狭缝构成的光学元件。光栅常数 $d = a + b$ (a 为透光缝宽, b 为不透光部分宽度)。若光栅宽度为 l , 每毫米有 m 条缝, 则总缝数为 $N = ml$ (l 以毫米计)。

11.1 光栅方程

光栅衍射是 **多缝干涉** 和 **单缝衍射** 的综合结果。相邻两缝在 P 点的光程差 $\Delta\delta = d \sin \varphi$ 。**主极大 (明纹) 条件:**

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (27)$$

k 称为主极大的级数。随着缝数 N 的增大, 主极大条纹变得极亮且极细, 光强 $I_p \propto N^2$ 。相邻两主极大之间有 $N - 1$ 条暗纹和 $N - 2$ 个次极大。

图 14: 光栅衍射强度分布 (设 $d = 3a$, 出现缺级)

11.2 缺级现象

当干涉的主极大恰好落在单缝衍射的暗纹位置时, 该级主极大的光强为零, 这就是缺级。干涉主极大: $d \sin \varphi = k\lambda$ 单缝暗纹: $a \sin \varphi = k'\lambda$ 两式相除, 缺级条件为:

$$k = \frac{d}{a} k' \quad (k' = 1, 2, \dots) \quad (28)$$

11.3 斜入射光栅方程

若入射光线和衍射光线位于光栅法线同侧, 并按笔记中的角度方向取入射角 θ 、衍射角 φ , 则光程差为:

$$\delta = d(\sin \theta - \sin \varphi) = \pm k\lambda. \quad (29)$$

若两光线位于法线异侧, 改变对应角度的符号后可写成正弦项相加的形式。

11.4 光栅色分辨本领

将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 分开的能力, 定义为色分辨本领 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ 。根据瑞利判据, 两谱线刚好分辨的条件推导得出:

$$R = kN \quad (30)$$

级次 k 越高、总缝数 N 越多, 色分辨本领越大。

12 光的偏振

光波是横波，光矢量（电矢量）振动方向与传播方向垂直。

12.1 自然光与偏振光

- **自然光**：普通光源发出的光，各个方向的振动都有，没有优势方向，且各方向振幅相等。
- **线偏振光**（完全偏振光）：光矢量只在固定的平面内沿单一方向振动。振动方向与传播方向构成的平面称为偏振面。
- **部分偏振光**：某一方向的振动占优势。

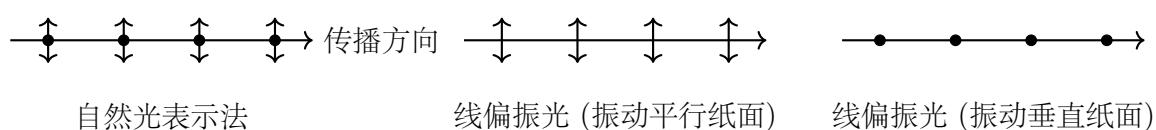


图 15: 不同偏振态光的图形表示

12.2 马吕斯定律

线偏振光通过检偏器后，透射光的强度变化规律：

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (31)$$

其中， I_0 为入射线偏振光的强度， α 为线偏振光振动方向与检偏器偏振化方向之间的夹角。推导依据：电矢量振幅 $E = E_0 \cos \alpha$ ，而光强 $I \propto E^2$ ，所以 $I = (E_0 \cos \alpha)^2 \propto I_0 \cos^2 \alpha$ 。